

# דו"ח תה"ל מוסטנג שאלות ותהיות

כתב וערך אבי ברילנט  
מהנדס מחקר

SENIOR MEMBER IEEE  
עמותת GAS-OUT

# מודל הסתברותי לפגיעה

□ בדוחות הישראלים אין מודל סטטיסטי לפגיעה במטרות ע"י רק"ק

- יש הצהרות כלליות לגבי תרחיש התנגשות או כשל ללא כל ניתוח מעמיק
- מאחר ורק"ק אינו טיל מלחך ים אלא תלול מסלול, הפגיעה הנה ישירה בסיפון ובמיכלים ולדופן הכפול באונייה אין כל יתרון

□ המודל צריך להיות לפי מעגלי טווחים.

- יש לנתח הסתברות פגיעה עם מספר נסיונות כתלות בתחומי רדיוס הנפילה
- יש לחשב במודל גם את אפקט השרשרת
- יש להתחשב בדיוק נשק מונחה בכדי להגדיר את הווריאנס לפי פילוג ריילי
- יש להתחשב בדיוק נשק בלתי מונחה בכדי להגדיר את הווריאנס לפי פילוג ריילי
- נסיונות הפגיעה החוזרים (מטחים) וסיכויי ההצלחה הנם לפי פילוג ברנולי על ריילי
- הסיכוי לפגיעה במיכל ספציפי באונייה לפי התפלגות אחידה
  - תלווי הגיאומטריה של האונייה
- ניתוח מקרים לפי עץ הסתברות

# מודל הסתברותי לפגיעה

## קשת טווחים (דוגמא)

### גאומטרייה

- אורך אונייה L
- רוחב אונייה W
- קוטר מיכל D
- מרחק בין אוניית גז לפחם S
- מרחק בין אונייות גז H
- רוחב המזח

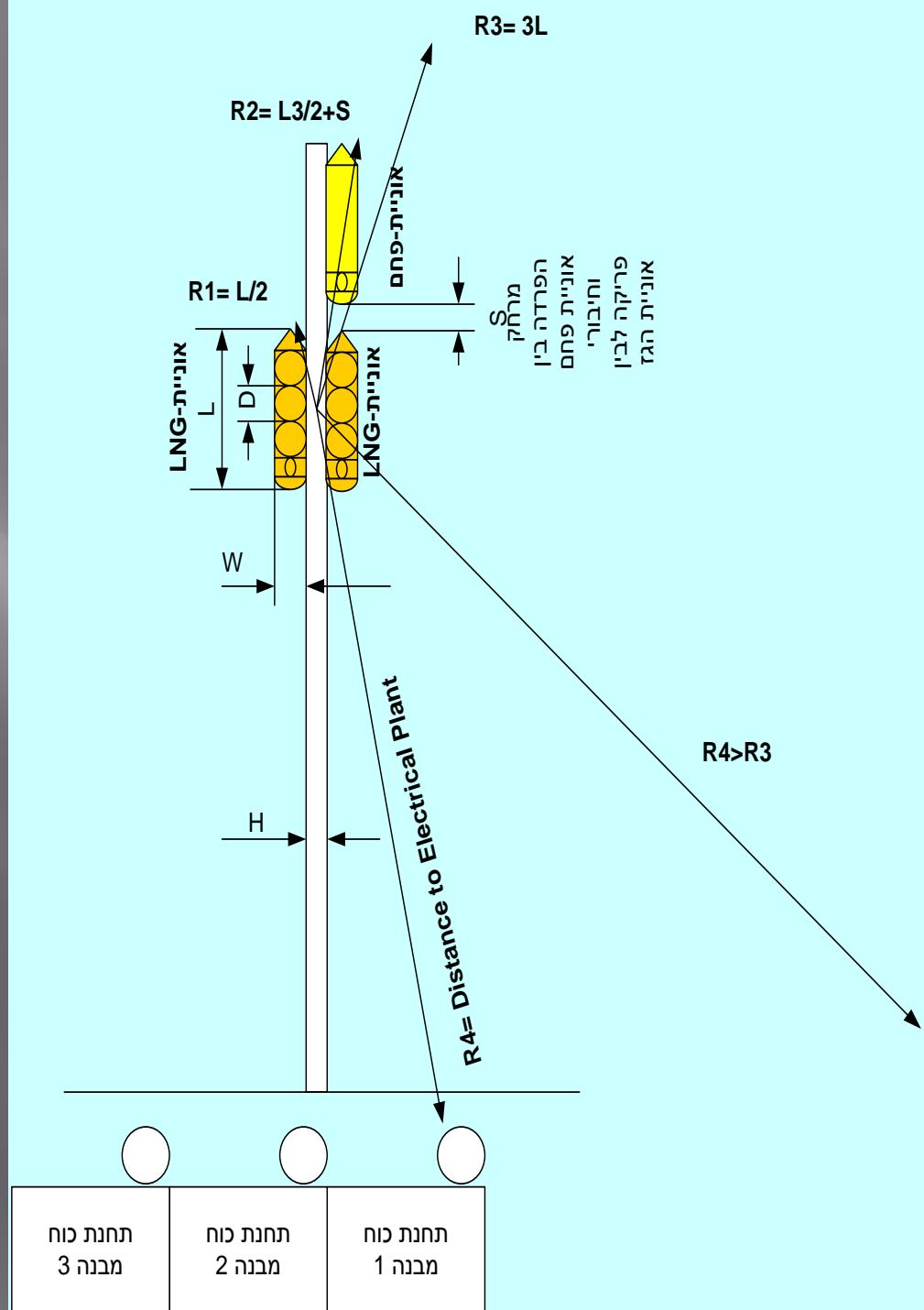
### טווחים בהנחה שמכוונים על האוניות

- R1 רדיוס פגיעה ישירה באוניית גז
- R2 רדיוס פגיעה באוניית גז או אוניית פחם
- R3 רדיוס הדייוק והערך המוצע לפי פילוג ריילי (הנחה)
- R4 רדיוס פגיעה בתחנה מעבר לכך כל אשר גדול

□ אם מכוונים לתחנה תהליך הניתוח דומה כאשר יש לחשב את הסיכוי לפגיעה בצנרת ויצירת אש חוזרת והצתת האוניות

## חור פגיעת רק"ק עם רש"ק גדול מ 5 מטר בניגוד להנחות תה"ל

- משפיע ישירות על קצב שיחזור החומר
- גודל הענן
- משך הזמן להגעה לריכוז דליק
- עוצמת המקור



# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

## פילוג ריילי

- הנו תוצאה של הסתברות משותפת של שני משתנים אקראיים המפולגים גאוסית עם ממוצע אפס ווריאנס זהה
- פילוג גאוסי באופן כללי

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

## כאשר

- $x$  הוא משתנה סטטיסטי,  $x$  עצמו יכול להיות פונקצייה של גודל אקראי שהוא פונקצייה
- $\mu$  הוא הערך הממוצע של המדגם נניח כי הממוצע הוא אפס
- $\sigma$  הוא סטיית התקן

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

## פילוג ריילי

- תיאור דו מימדי במישור  $XY$  מישור הקוארדינטות של המפה ובה המטרה אוניות הגט"נ
  - נגדיר משתנה ראשון  $X$
  - נגדיר משתנה שני  $Y$
  - נניח כי המשתנים הללו מפולגים גאוסית עם ממוצע אפס ואותו ווריאנס
  - נגדיר משתנה חדש התלוי בשני המשתנים הללו והוא רדיוס וקטור סובב  $Z$  נרשום באופן קרטזי
    - $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$
    - נרשום בצורה פולארית
      - $Z = \sqrt{r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta} = r$

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

## פילוג ריילי

- נציב את שני המשתנים האקראיים
  - מאחר ואילו שני משתנים בת"ס (אורטוגונלים) צפיפות ההסתברות הנה מכפלת שתי הצפיפויות
  - נזכור שהמוצע הוא אפס

$$\blacksquare f(x, y, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(y)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\blacksquare f(x, y, \mu, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

פילוג ריילי □

■ נציב בגאוסייין ונקבל את צפיפות ההסתברות הבאה

$$■ f(Z, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(Z)^2}{2\sigma^2}}$$

$$■ f(r, \theta, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(r)^2}{2\sigma^2}}$$

■ נבצע כעת אינטגרציה על איבר הזווית בתחום שבין 0 ל  $2\pi$

□ (360 מעלות סיבוב)

□ נגדיר דיפרנציאל חדש לקורדינאטות פולאריות כדי לבצע מעבר

מקרטזי (אין צורך ביעקוביאן)

$$□ dx dy = r dr d\theta$$

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

□ נרשום פונקציית צפיפות עליה יש לבצע אינטגרציה בקורדינאטות פולאריות

$$\blacksquare f(r, \theta, \sigma) r dr d\theta = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(r)^2}{2\sigma^2}} r dr d\theta$$

■ אם נבצע אינטגרציה אך ורק על הזווית ללא הרדיוס נקבל

$$\blacksquare \int_0^{2\pi} f(r, \theta, \sigma) r d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(r)^2}{2\sigma^2}} d\theta$$

■ נתקבלה פונקציית צפיפות חדשה פילוג ריילי שהנו על האמפליטודה בלבד

$$\blacksquare f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(r)^2}{2\sigma^2}}$$



# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

□ פונקציית ההסתברות המצטברת (CDF) הנה האינטגרל המסויים על פונקצית ריילי

- $z$  הנו חיובי בלבד אורך וקטור. הסימן נבלע בפאזה (זווית)
- גבול האינטגרציה נע בין אפס ל  $R$
- רואים כי זהו אינטגרל מייד

$$■ F(r \leq R) = \int_0^R \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(r)^2}{2\sigma^2}} dr = 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}$$

□ הגודל  $R$  הוא הרדיוס וקטור בקשת הטווחים שבאיור

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

□ כאשר דנים בתהליך סטטיסטי אשר בו יש מדדים להצלחה וכישלון עבור נסיונות חוזרים יש להשתמש **בניסוי ברנולי**

- הנסיונות לפגיעה הנו גודל מטח הרק"ק
- נגדיר את גודל המטח (מספר הטילים המשוגרים) באות  $n$
- נגדיר את ההצלחות (מספר הפגיעות בתחום מסויים של רדיוס  $R$ ) באות  $k$
- הסתברות להצלחה תסומן באות  $P$
- המקדם הבינומי נתון בביטוי הבא

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

- ההסתברות להצלחה עבור מספר נסיונות  $n$  ו  $k$  הצלחות נתונה בביטוי של ניסוי ברנולי בפילוג הבינומי

$$P(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

□ אם נציב בביטוי ברנולי את ה-CDF של ריילי נקבל ביטוי סטטיסטי המתאר את ההסתברות לפגיעה ממספר רק"ק במטח ירי שבו יהיו  $k$  הצלחות.

$$□ P(k) = \binom{n}{k} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^k \cdot \left(\exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-k}$$

□ המקדם הבינומי חיובי וגדול שווה ל-1

■ ככל שהמטח יהיה מנשק מדוייק יותר עם סיכויי הצלחה  $k$  גדולים יותר ההסתברות לפגיעה תגדל

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

## פילוג אחיד

- הנו פילוג מסוג קטע סגור והנו מן הצורה  $1/X$
- הסיכוי לפגיעה במיכל גט"נ באונייה עצמה הנו היחס בין קוטר מיכל הגט"נ לאורך האונייה.
- מאחר ולא חשוב לנו איזה מיכל יפגע אלא פגיעה במיכל בכלל אזי ההסתברות עבור אונייה עם מספר מכלים כל שהוא תרשם באופן הבא

$$P_{lng} = \frac{N \cdot D}{L}$$

## כאשר

- $D$  קוטר מיכל גט"נ בודד
- $N$  מספר מיכלי הגט"נ באונייה
- $L$  אורך האונייה

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

□ ההסתברות לאירוע הנה מכפלת ההסתברויות שחושבו

$$\square P_{Tot} = P(k) \cdot P_{Inj}$$

□ מתקבל הביטוי הסופי הבא

$$\square P_{Tot} = \frac{N \cdot D}{L} \cdot \binom{n}{k} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^k \cdot \left(\exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-k}$$

□ אם נביט על איור הדוגמא נקל לראות שהסיכוי לפגיעה אף גדל וזאת שאם יש מטח המכוון לתחנת הכוח הפיזור שלו מגדיל אף יותר את ההסתברות לפגיעה באוניות וכן להפך נכון

# פילוגים למודל הסתברותי לפגיעה

- הנוסחא שהוצגה היא עבור הצלחה בדיוק כלומר רק  $k$  הצלחות
- כאשר משגרים מטח, שואלים הצלחה לכול היותר ולכן יש לבצע סכימה כדלקמן כאשר סוכמים עד  $k$  על כל ההצלחות עד להצלחה  $k$

$$P_{Tot} = \sum_{i=1}^k \frac{N \cdot D}{L} \cdot \binom{n}{i} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^i \cdot \left(\exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)\right)^{n-i}$$

- הבטוי שמוצג כאן הנו אופטימי וזאת בגלל המקדם של ההסתברות לפגיעה במיכל הגטן עצמו על האוניה אשר מקטין את ההסתברות בכ-30%. בפועל אין זה כך וההסתברות גבוהה יותר מן הטעמים הבאים:

- כאשר יש פגיעה של רש"ק באונייה בחרטום או מגורים וירכתיים מדובר על פיצוץ בתוך נפח סגור.

- בניח רש"ק של 100 ק"ג עד 200 ק"ג חומר נפץ תקני
- פיצוץ בנפח סגור מיצר גל הדף אשר קורע פלטות ושובר מבנים אשר עלולים לפגוע ולפצוע את מיכלי הגט"ן ולגרום לכשל שרשרת (פגיעה בחדר מכונות ובוילרים מעצימה את הנזק והסבירות לכשל שרשרת אם אין פגיעה ישירה)
- המודל שנלקח לחורים קטן מחור שנפער במשחתת קול של הצי האמריקאי שנפגעה בשנת 2000

- מאחר ורק"ק אינו טיל מלחך ים אלא תלול מסלול, הפגיעה הנה ישירה בסיפון ובמיכלים ולדופן הכפול באונייה אין כל יתרון

# הערכת מספר המטחים להצלחה

□ כאשר דנים בניסוי ברנולי מגדירים נסיון שבו יש  $n$  נסיונות והצלחה אחת ראשונה

▪ נגדיר כמקודם הסתברות להצלחה  $p$  והסתברות לכשלון כמאורע המשלים  $q=1-p$

▪ אם יש  $n$  נסיונות והצלחה אחת ראשונה פירושו שיש  $n-1$  כשלונות  
▪ מתקבל פילוג גיאומטרי

$$P(n) = p \cdot (1 - p)^{n-1}$$

▪ ביטוי זה הוא אבן בניין לפילוג הבינומי בניסויי ברנולי

▪ ההסתברות המצטברת נתונה בביטוי

$$P(n) = 1 - (1 - p)^n$$

▪ ניתן להעריך את גודל המטח עבור הסתברות פגיעה כל שהיא לפי

$$n = \frac{\log(1-p(n))}{\log(1-p(n))}$$

# סוגי נשק ומודל ההסתברות

## פונקציית ההסתברות

- במודל ריילי נלקח ממוצע אפס עבור הצפיפות בפילוג הגאوسي
  - ממוצע אפס פירושו שאין העדפה או הפרעה במסלול בכוון  $X$  ובכוון  $Y$ .  
אין Bias. Bias נובע למשל:
    - מרוח בזמן מעוף (אפקט הרוח הנו תלוי משך מעוף ומשטר רוחות במסלול קרי גובה ומרחק)
    - כוח קוריוליס עקב סיבוב כדור הארץ (תלוי במיקום לפי קווי הרוחב)
- ההנחה היא עבור נשק מונחה שמתקן הפרעות אלו והדיוקים נובעים ממערכת ניהוג
- בנשק שגר ושכח כתק"ק קימות הפרעות אלו ובקירוב ראשון מוזנחות לפישוט החישוב האנליטי
  - ניתן לבצע ניתוח נומרי ע"י הגרלות של משתנים אקראיים גאויסיים בכוון  $X$  ובכוון  $Y$  וממוצע מתאים בכל כוון בהתאם להשפעות ה Bias.
  - ניתן להוסיף את ה Bias באנליזה נומרית (אפקטי רוח קוריוליס ואחרים), ביטוי אנליטי יהיה מורכב יותר לפתרון
  - חישוב ההסתברות של המצאות בטווח מסויים ומספר פגיעות לפי:

$$R > Z = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad \cdot$$



# נתונים לסימולצייה

- רק"ק יש לו אליפסת פגיעה של כ- 500 מ' .
  - נבחר וואריאנס של 250 מטר
- נשקים מדוייקים מגיעים ליכולת של 15 מ' ועד 7 מ'
  - נבחר וואריאנס של 7 עד 15 מטרים
- כמות הנשקים שיירו היא עצומה :
  - בטילים לא פחות ממטח של 3 טילים בכל פעם , תזמון הגעה של 30 שניות מאזור של מעל 100 ק"מ ירי
    - אם יש 10 מטחים כמות הנסיונות 30
  - ברקטות לא פחות ממטח של 4-8 רקטות בו זמנית , תזמון של עד 60 שניות בין ראשון לאחרון
    - אם יש 10 מטחים כמות הנסיונות בין 40 ל 80

# שיטת סימולציה

מקדם הפגיעה באונייה  $P_{Inj}$  הוסר מן החישוב שכן ניתן לתחם החישוב לפי קשת טווחים.

הרצה אנליטית על נוסחאת ההסתברות המצטברת :

## ■ סריקה ראשונה:

- וואריאנס קבוע
- מספר נסיונות כתלות בהסתברות
- רדיוס פרמטר

## ■ סריקה ראשונה :

- רדיוס הפגיעה פרמטר
- סריקת ההסתברות המצטברת כתלות במספר נסיונות
- הוואריאנס קבוע
- מטח קבוע

## ■ סריקה שלישית:

- סריקת ההסתברות כתלות ברדיוס
- קביעת מספר הנסיונות המוצלחים
- גודל מטח פרמטר
- וואריאנס קבוע

אם נסרוק ההסתברות על כל רדיוסי הפגיעה (כלל המרחב) נגיע ל 100%

■ מגדילים את מעגל ההצלחה

■ יש להגדיר לכן את רדיוס הפגיעה לתחום העגינה והרציף

# הערכת גודל מטח נשק מדוייק

□ הערכת גודל מטח לגבי נשק מדוייק עם וואריאנס של 7 ו 14 מטר  
עבור הסתברות פגיעה 90%

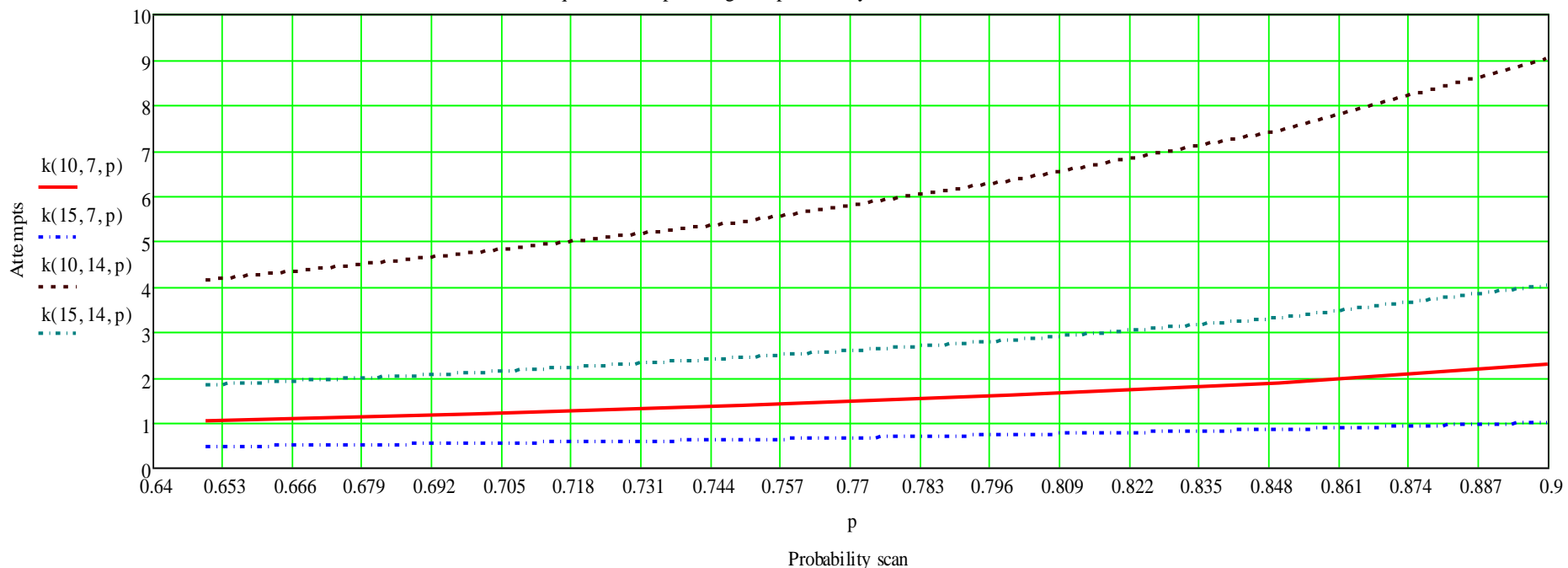
■ וואריאנס 7 מטר:

□ 2 נסיונות ל 10 מטר ו 14 מטר נשק מדוייק

■ וואריאנס 14 מטר:

□ 3 נסיונות לרדיוס 15 מטר, 9 נסיונות לרדיוס 10 מטר

Required attempts for given probability at Variance 7m,14m Radius 10m,15m



# הערכת גודל מטח טק"ק

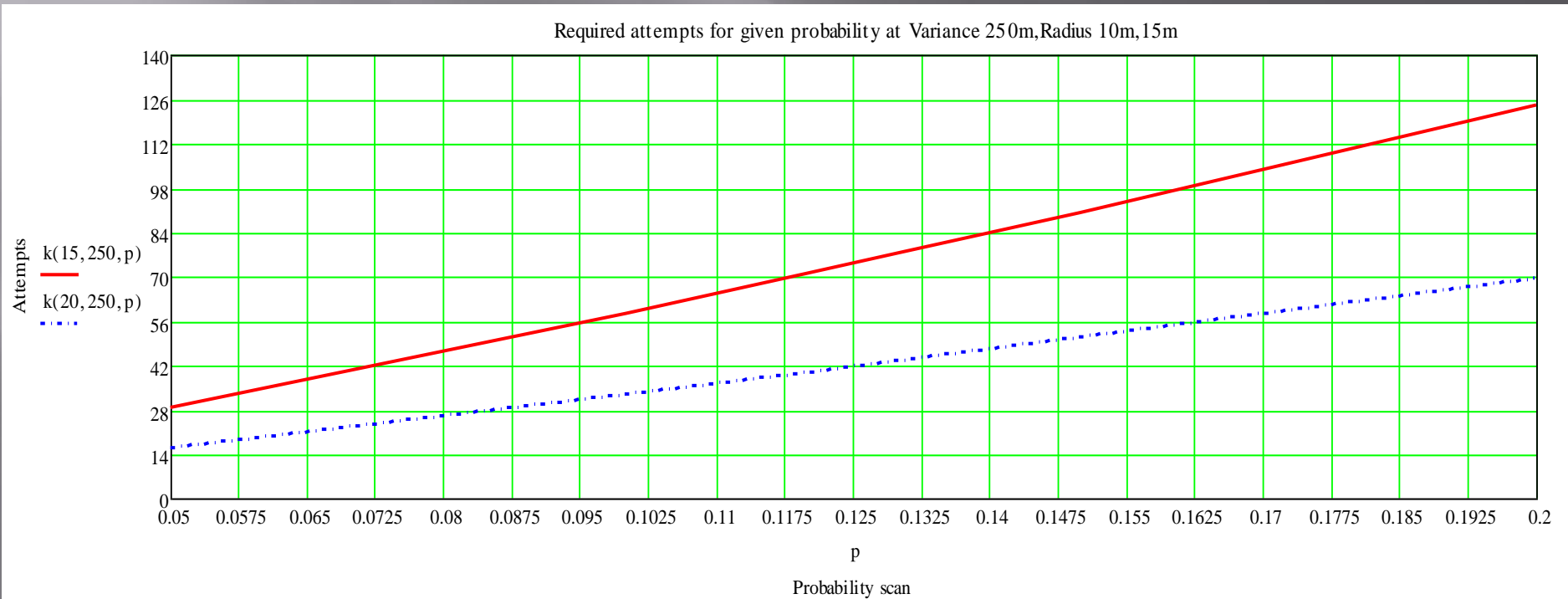
הערכת גודל מטח לגבי טק"ק עם וואריאנס של 250 מטר עבור  
הסתברות פגיעה 20%

רדיוס מטרה 15 מטר:

126 נסיונות

רדיוס מטרה 20 מטר:

70 נסיונות



# הערכת גודל מטח טק"ק

□ הערכת גודל מטח לגבי טק"ק עם וואריאנס של 500 מטר עבור הסתברות פגיעה 5%

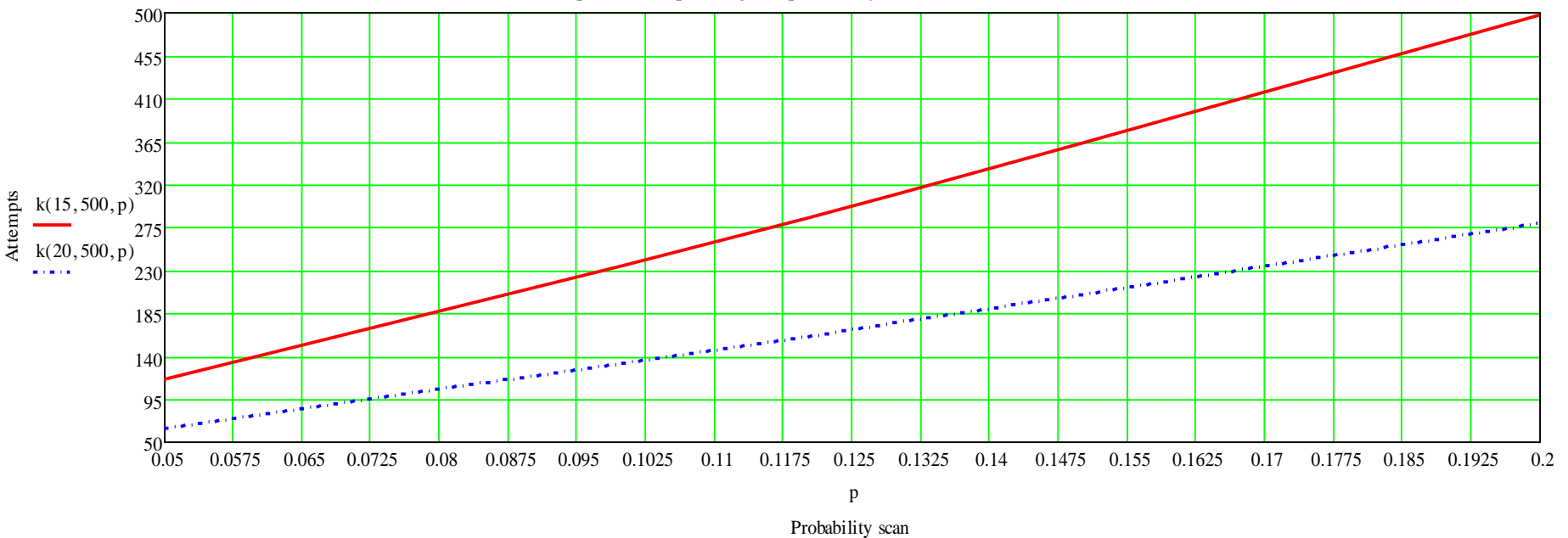
■ רדיוס מטרה 15 מטר:

□ ~120 נסיונות

■ רדיוס מטרה 20 מטר:

□ ~70 נסיונות

Required attempts for given probability at Variance 500m Radius 10m,15m



# תוצאות וואריאנס 7 מטר נשק מונחה

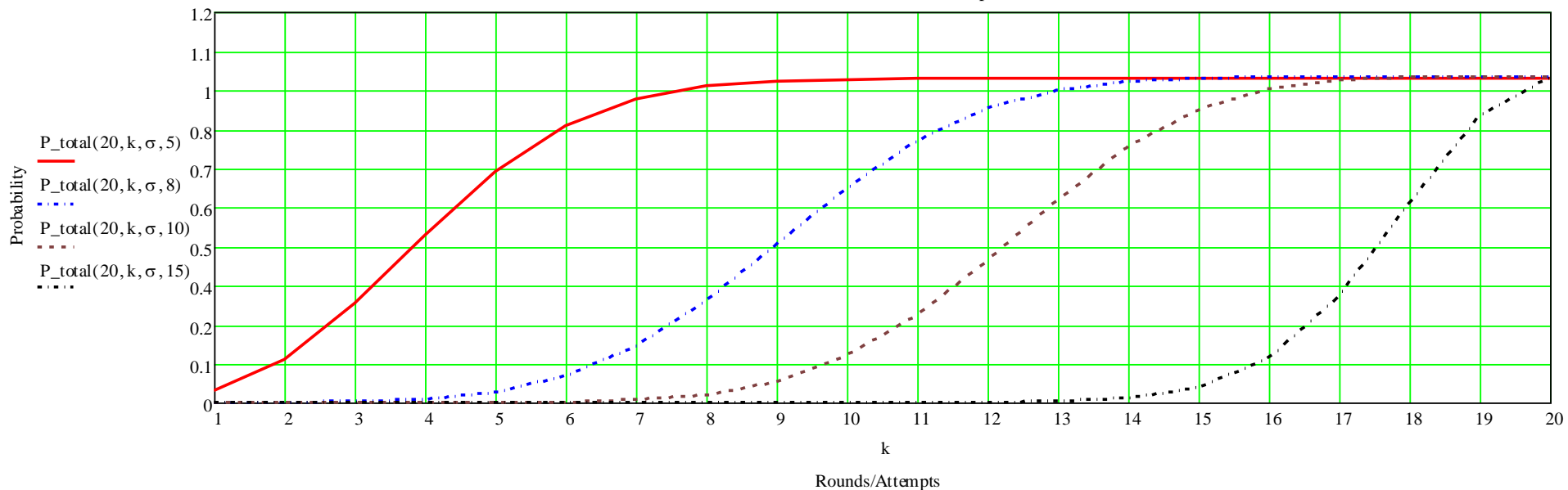
▣ רוב הפגיעות במרכז המטרה 4 נסיונות ל-90%

▪ פילוג בינומי נסוי ברנולי

▣ מספר הנסיונות הגדול עבור רדיוסים גדולים פירושו

שרוב הפגיעות במרכז

Cumsum 20 vs. Rounds Variance 7 meters Radiuses parameters 5,8,10,15 meters

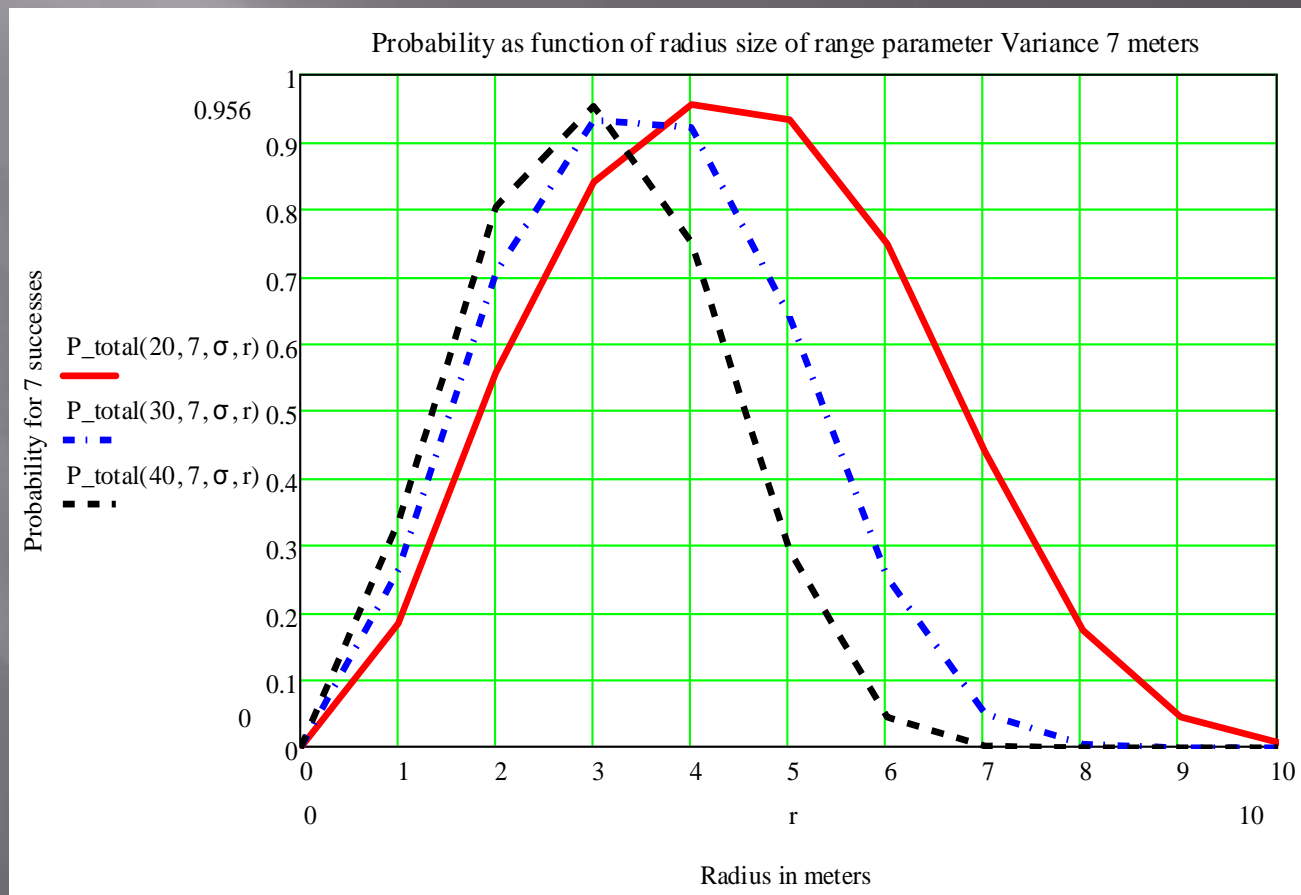


# תוצאות וואריאנס 7 מטר נשק מונחה

□ גודל מטח בין 20 ל 40 הצלחות פגיעה עד 7 פגיעות

□ הסתברות הצלחה ברדיוס 10 מטר 90%

□ מסקנה פגיעה וודאית ומדוייקת



# תוצאות עבור וואריאנס של 14 מטר

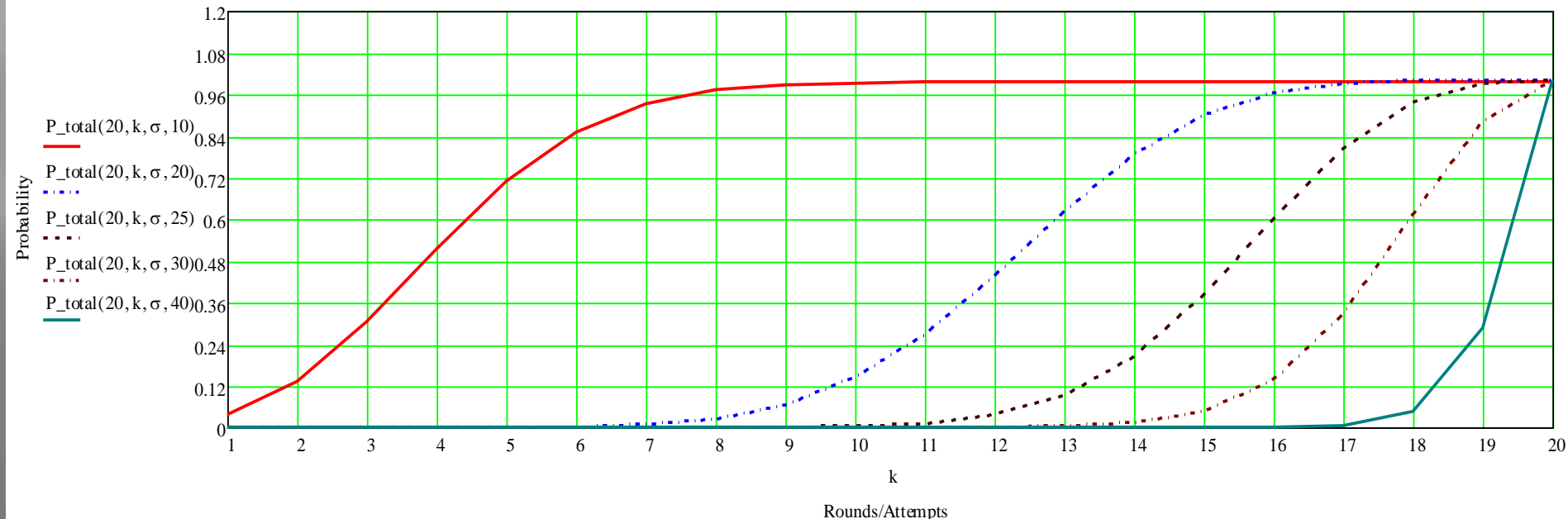
▣ רוב הפגיעות במרכז המטרה 6 נסיונות ל-94%

▪ פילוג בינומי נסוי ברנולי

▣ מספר הנסיונות הגדול עבור רדיוסים גדולים פירושו

שרוב הפגיעות במרכז הנשק מדוייק

Cumsum 20 vs. Rounds Variance 14meters Radiuses parameters 10,20,25,30,40 meters



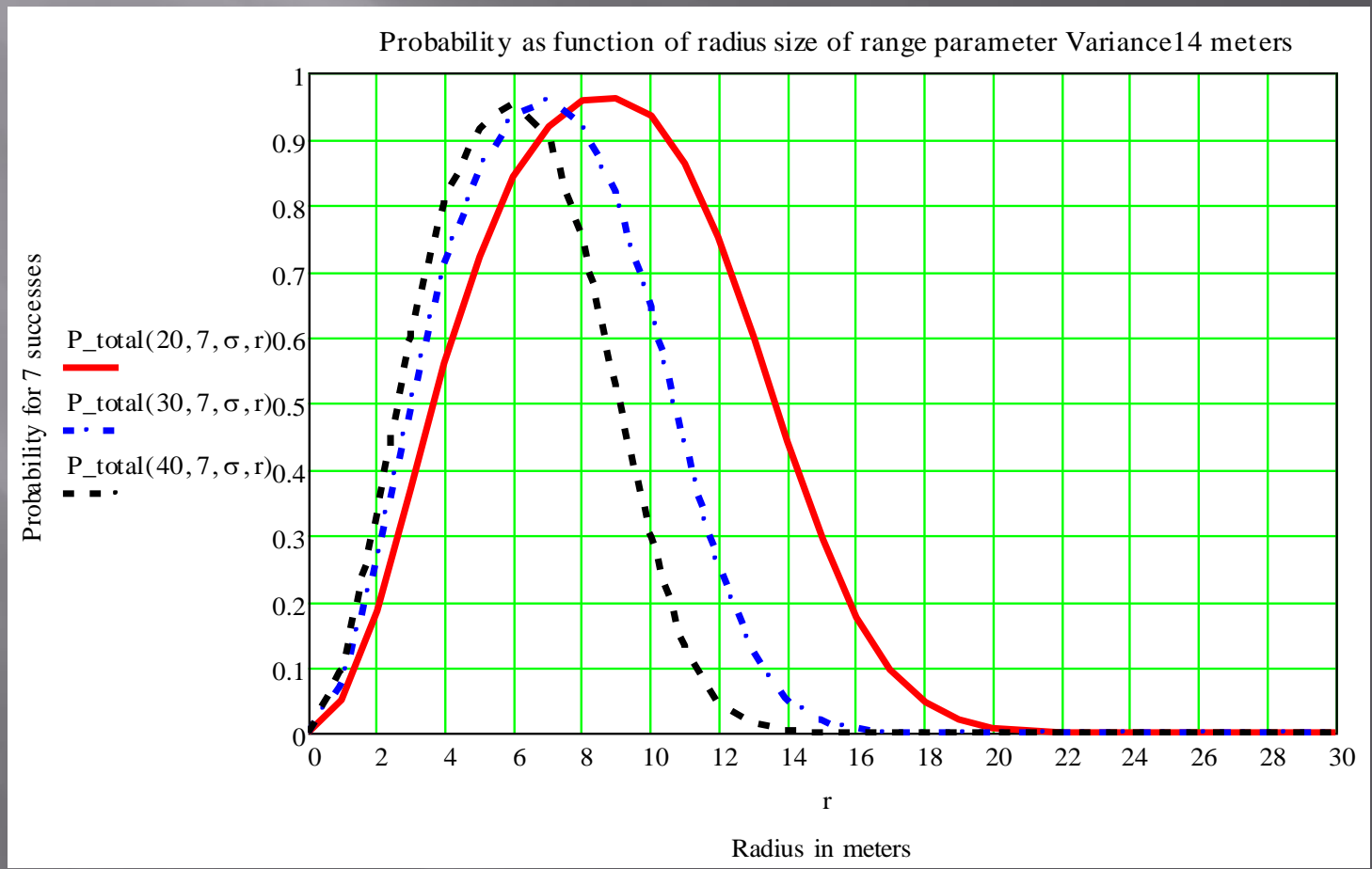


# תוצאות וואריאנס 14 מטר נשק מונחה

□ גודל מטח בין 20 ל 40 הצלחות פגיעה עד 7 פגיעות

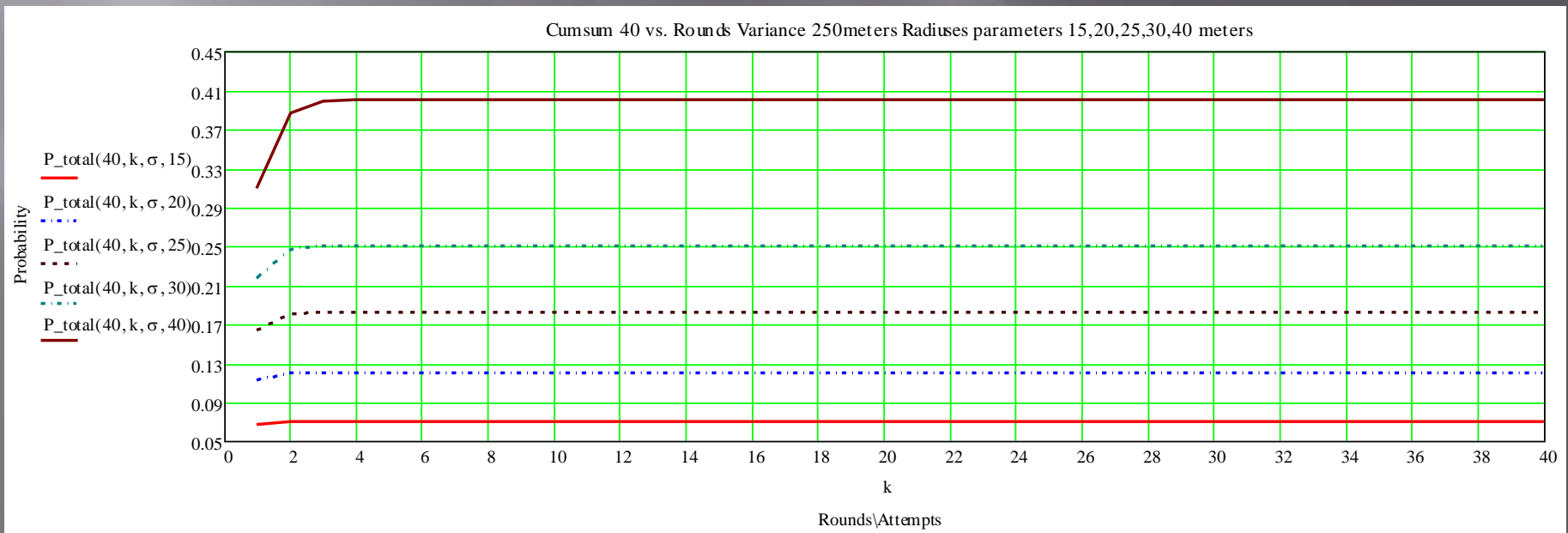
□ הסתברות הצלחה ברדיוס 20 מטר 90%

□ מסקנה פגיעה וודאית ומדוייקת



# תוצאות עבור וואריאנס של 250 מטר

- פילוג בינומי נסוי ברנולי
- חסם של 41% עבור רדיוס של 40 מטר טווח של פגיעה במימד אורך
- חסם 8% עבור רדיוס 15 מטר פגיעה דיוק נמוך
- מספר הנסיונות 40 התנהגות אסימפטוטית



# תוצאות עבור וואריאנס של 250 מטר

פילוג בינומי נסוי ברנולי

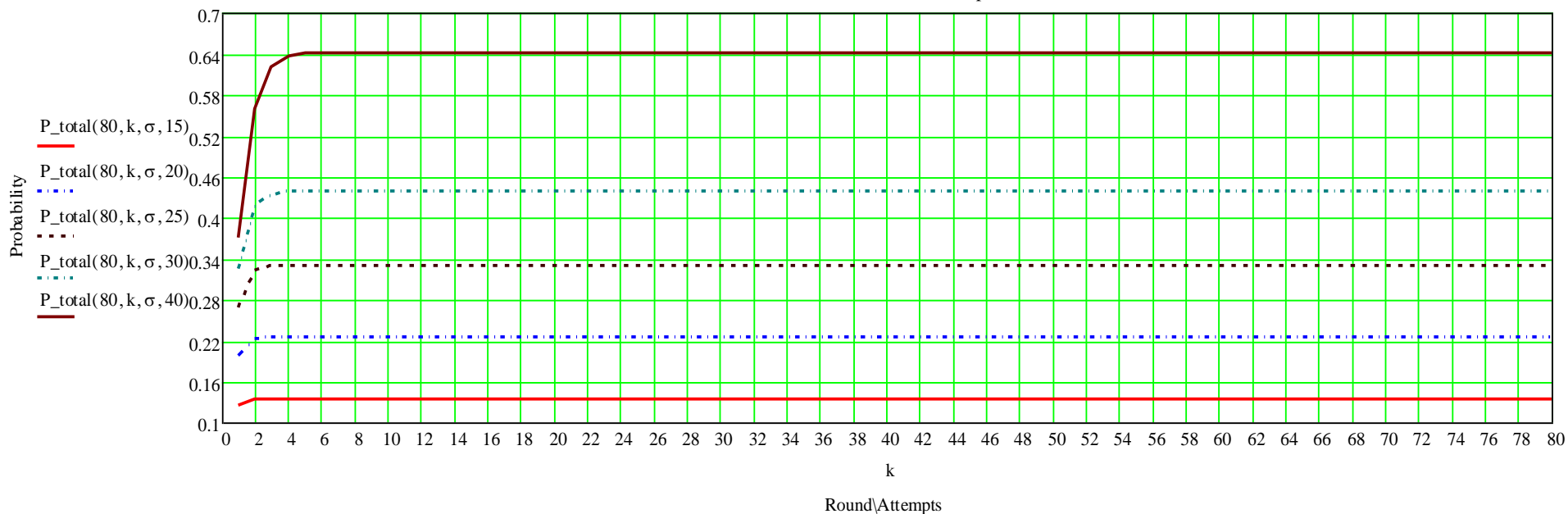
חסם של 64% עבור רדיוס של 40 מטר טווח של פגיעה במימד אורך

חסם 8% עבור רדיוס 15 מטר פגיעה דיוק נמוך אין שינוי

מספר הנסיונות 80 התנהגות אסימפטוטית

מטח גדול מגדיל סיכוי פגיעה

Cumsum 80 vs. Rounds Variance 250meters Radiuses parameters 15,20,25,30,40 meters



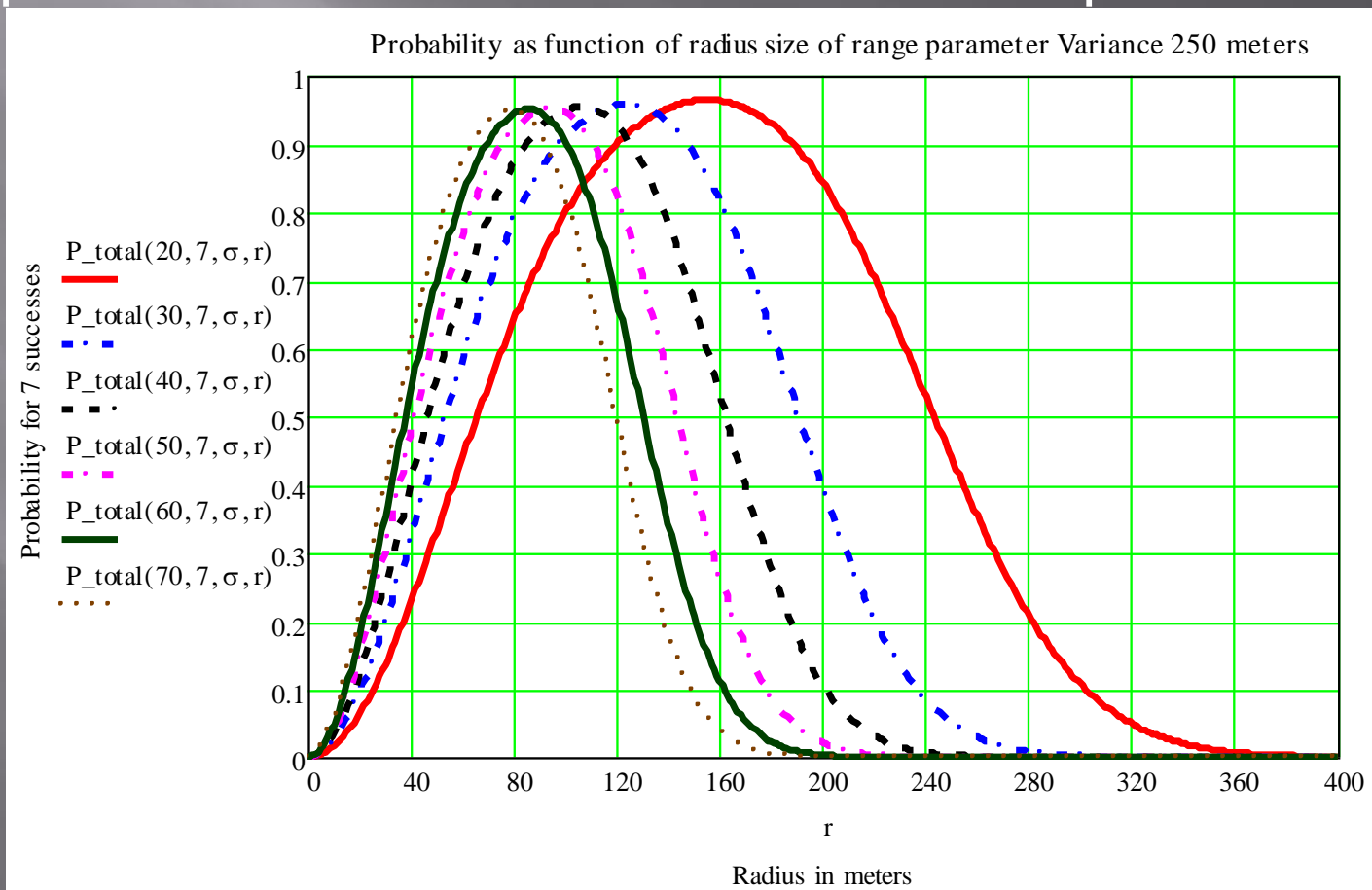
# תוצאות וואריאנס 250 מטר רק"ק

□ גודל מטח בין 20 ל 70 הצלחות פגיעה עד 7 פגיעות

□ הסתברות הצלחה ברדיוס 40 עד 80 מטר 60%

□ הסתברות הצלחה ברדיוס 20 מטר 20%

□ מסקנה פגיעה בהסתברות גבוהה מאוד אפילו ודיוק הנשק נמוך



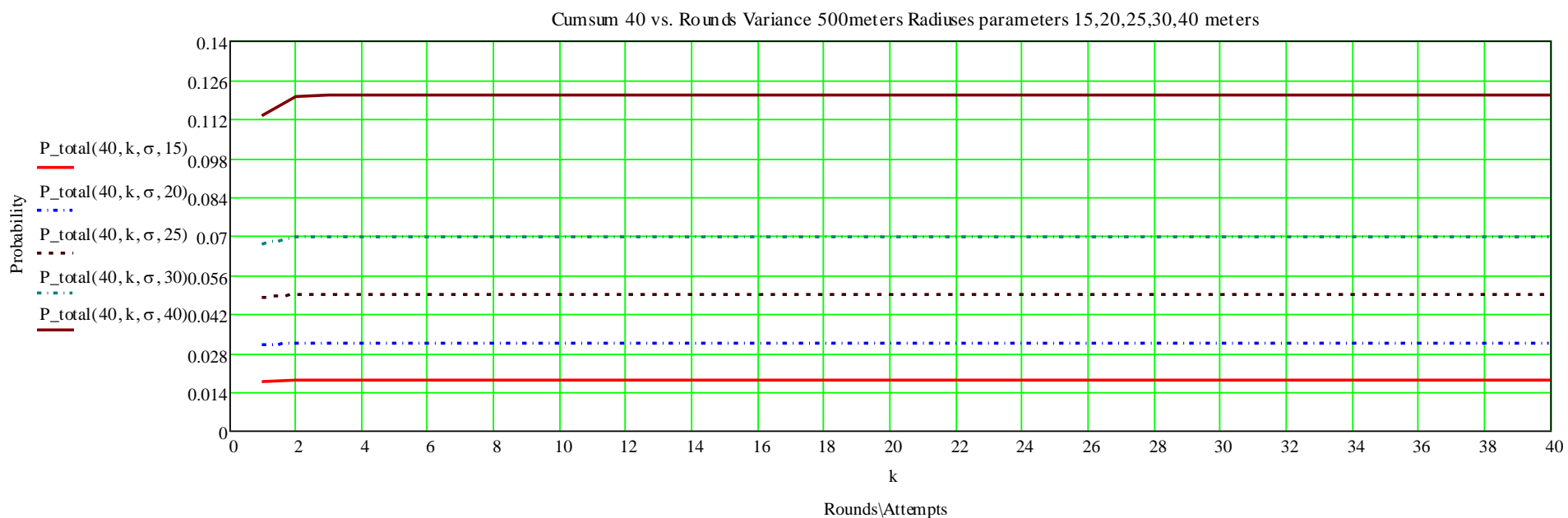
# תוצאות עבור וואריאנס של 500 מטר

פילוג בינומי נסוי ברנולי

חסם של 13% עבור רדיוס של 40 מטר טווח של פגיעה במימד אורך

חסם 1.5% עבור רדיוס 15 מטר פגיעה דיוק נמוך מאוד

מספר הנסיונות 40 התנהגות אסימפטוטית



# תוצאות עבור וואריאנס של 500 מטר

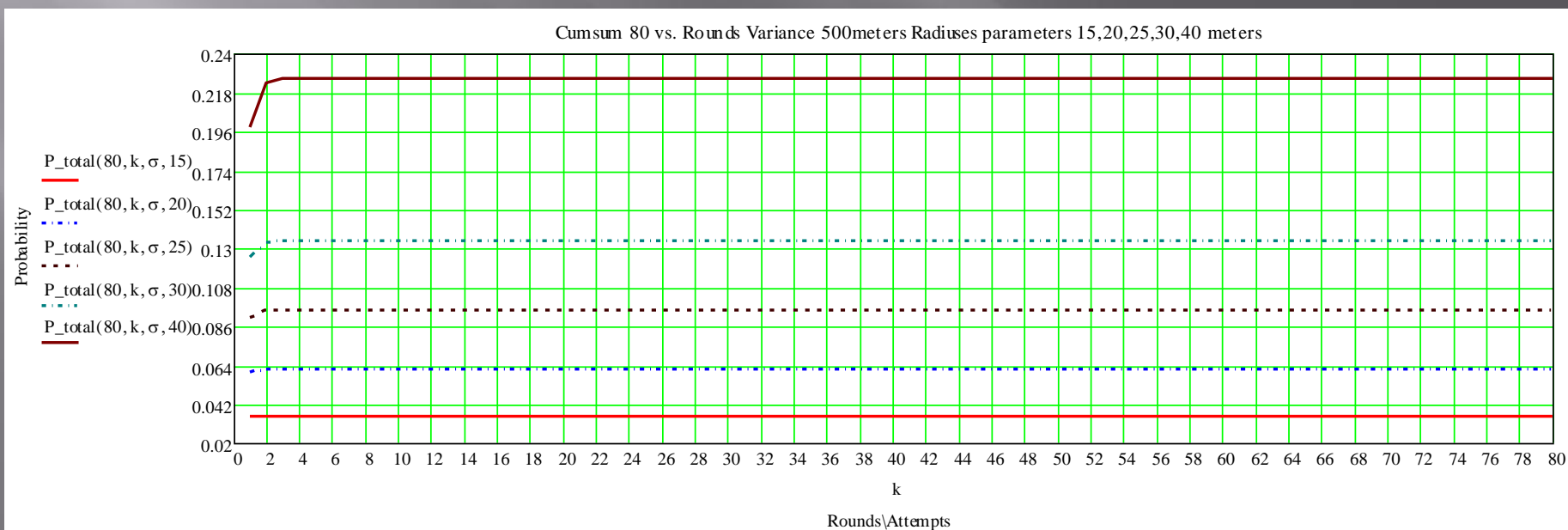
פילוג בינומי נסוי ברנולי

חסם של 22% עבור רדיוס של 40 מטר טווח של פגיעה במימד אורך

חסם 3% עבור רדיוס 15 מטר פגיעה דיוק נמוך אין שינוי

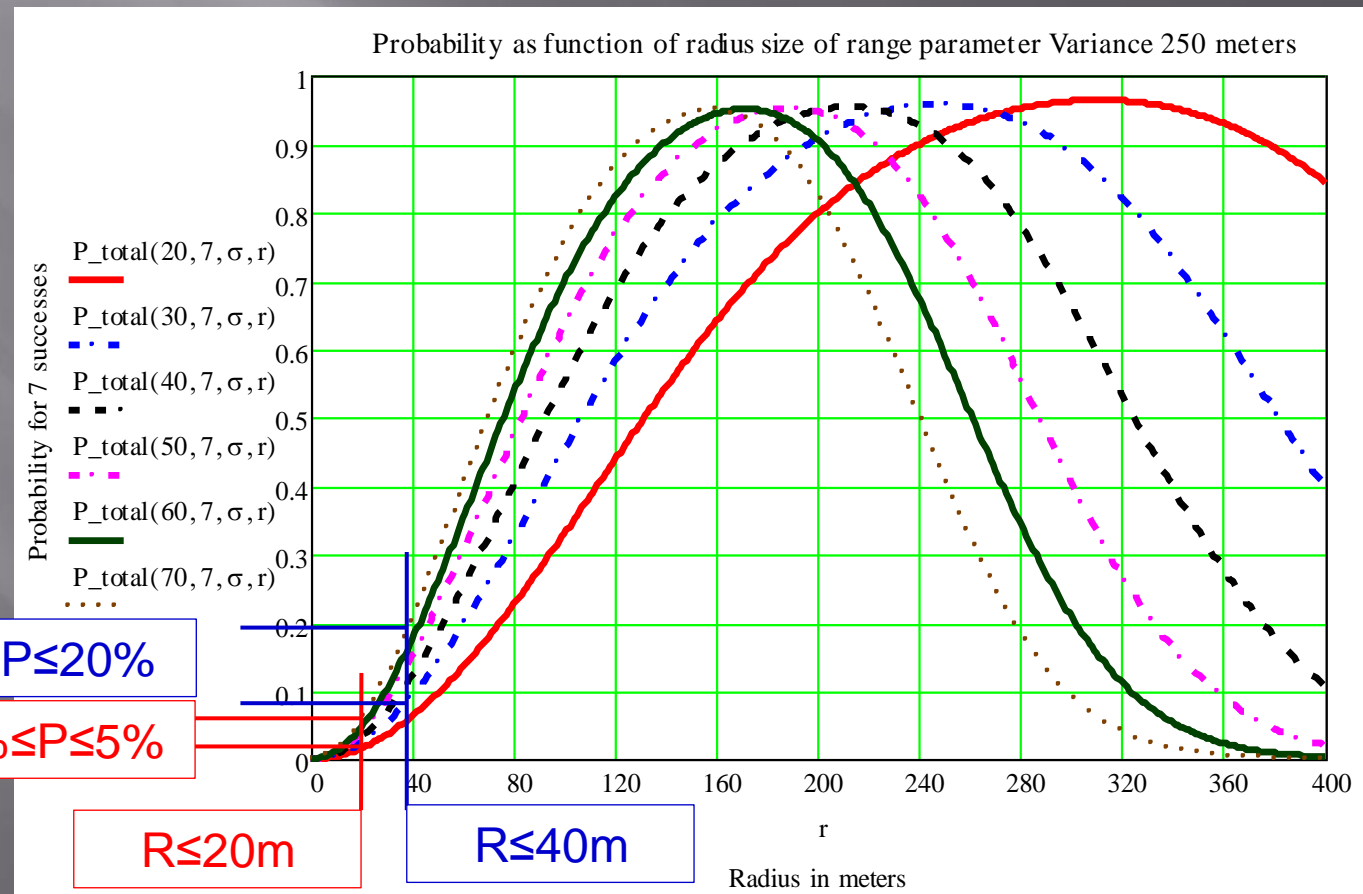
מספר הנסיונות 80 התנהגות אסימפטוטית

מטח גדול מגדיל סיכוי פגיעה



# תוצאות וואריאנס 500 מטר רק"ק

- גודל מטח בין 20 ל 70 הצלחות פגיעה עד 7 פגיעות
- עבור עגינה LONG-SIDE כולל רציף הסתברות הצלחה ברדיוס 80 מטר בין 20% ל 50%
- הסתברות הצלחה עגינה LONG-SIDE ברדיוס 40 מטר בין 8% ל 20%
- הסתברות הצלחה ברדיוס 20 מטר בין 2% ל 5%
- מסקנה פגיעה בהסתברות נמוכה לאליפסת פגיעה 1000 מטר



# מסקנות

- מודל אנליטי ראשוני מראה כי ההסתברות לפגיעה מנשק מונחה גבוהה מאוד עד 90% אפילו במספר הצלחות נמוך מכלל המטח.
  - זו פגיעה וודאית במטרה
- מודל אנליטי ראשוני מראה כי ההסתברות לפגיעה רק"ק באליפסת 500 מטר לרדיוס בין 40 ל 80 מטר היא בסיכוי גבוהה 60% אפילו במספר הצלחות נמוך מכלל המטח.
  - זו פגיעה בסבירות גבוהה במטרה במימד האורך שלה אפילו ודיוק הנשק נמוך והפיזור גבוהה
  - פגיעה ברדיוס 15 מטר 40 ו 80 נסינות 8%
- מודל אנליטי ראשוני מראה כי ההסתברות לפגיעה רק"ק באליפסת 1000 מטר לרדיוס בין 20 ל 40 מטר היא בסיכוי נמוך 15% עד 20% בהתאמה אפילו במספר הצלחות נמוך מכלל המטח
  - זו פגיעה בסבירות גבוהה במטרה במימד האורך שלה אפילו ודיוק הנשק נמוך והפיזור גבוהה
  - פגיעה ברדיוס 15 מטר 40 ו 80 נסינות 1.5% עד 3%
- אורך אונייה אופיינית הוא כ-300 מטרים ורוחב של כ-40 מטר.
  - מהעקומים ניתן לבדוק סיכוי פגיעה בטווח רדיוס  $\pm 150$  מטר במימד אורך האונייה
  - מהעקומים ניתן לבדוק סיכוי פגיעה בטווח רדיוס  $\pm 20$  מטר במימד רוחב האונייה
  - מסקנה יש לבדוק הסתברות ברדיוס המחמיר יותר.
- אם שתי האוניות עוגנות Long-Side הרדיוס  $\pm 40$  מטר והסתברות הפגיעה עולה לכ 60% ברק"ק עם וואריאנס של 250 מטרים ובוואריאנס 500 מטר 20% (אליפסת 1000 מטרים) עבור מטח גדול
  - יש התאמה בכל מישורי הבדיקה